

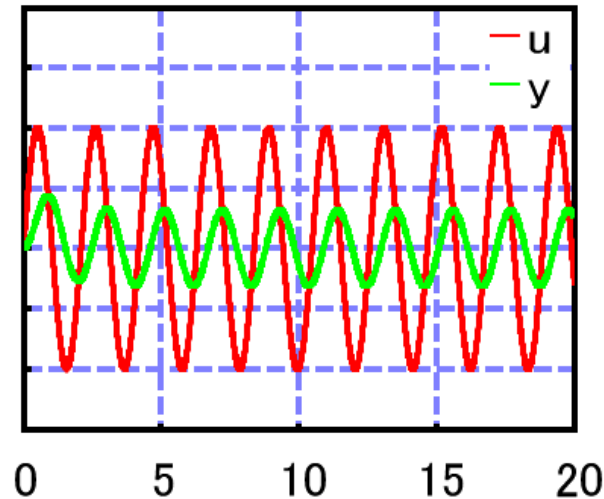
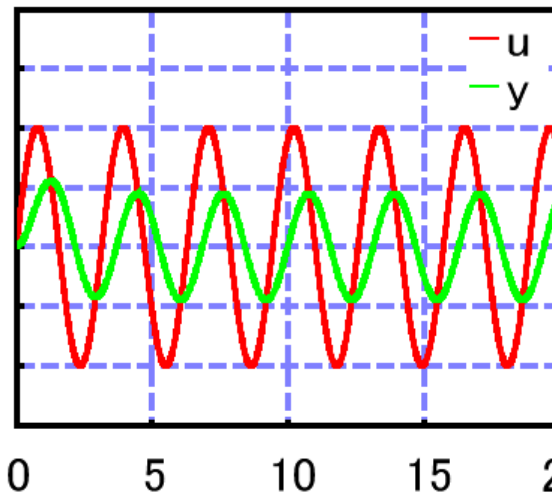
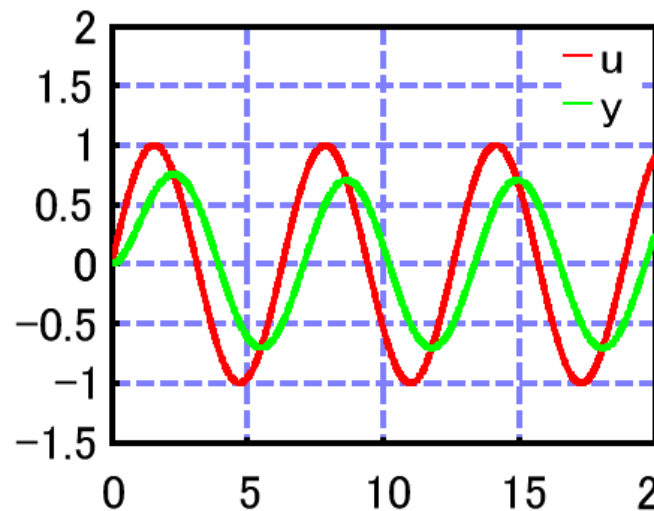
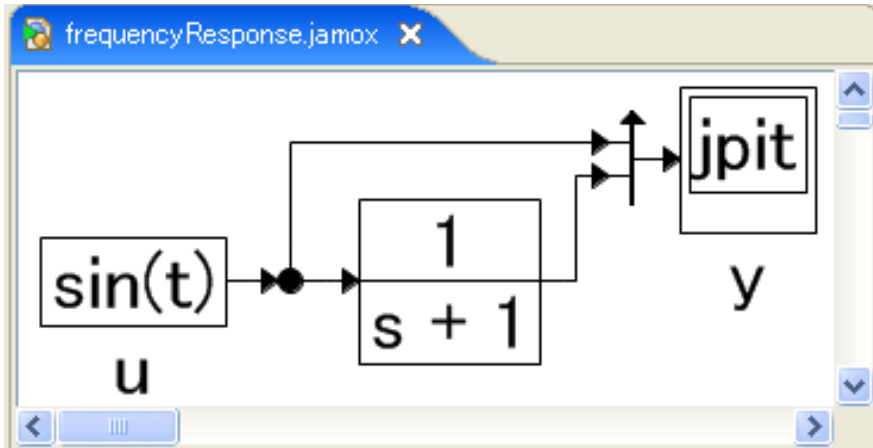
第9回

- 線形システムの正弦波応答
- ボード線図
- 正弦波応答計測によるボード線図作成

線形システムの正弦波応答

正弦波入力 → 出力

- 定常状態で正弦波
- 周波数は入力と同じ
- 振幅と位相は、周波数に依存



安定なシステムの正弦波応答(1/2)

システム: $G(s) = \frac{1}{(s - p_1) \cdots (s - p_n)}, (\text{Re}(p_i) < 0)$

入力: $(G(j\omega) = |G(j\omega)| e^{j\phi}, \phi := \angle G(j\omega))$

$u(t) = e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t$ $\left(\mathcal{L}[u(t)] = \frac{1}{s - j\omega} \right)$

出力:

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[G(s) \frac{1}{s - j\omega} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{G(j\omega)}{s - j\omega} + \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{s - p_i} \right]$$

$$= G(j\omega) e^{j\omega t} + \sum_{i=1}^n K_i e^{p_i t} \quad (t \rightarrow \infty)$$

$$\rightarrow G(j\omega) e^{j\omega t} = |G(j\omega)| e^{j\phi} e^{j\omega t} = |G(j\omega)| e^{j(\omega t + \phi)}$$

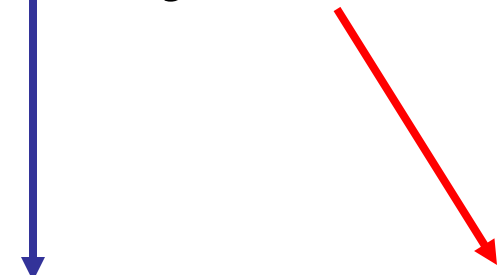
安定なシステムの正弦波応答(2/2)

システム: $(G(j\omega) = |G(j\omega)| e^{j\phi}, \phi := \angle G(j\omega))$

入力:

$$u(t) = e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t$$

出力:

$$y(t) \rightarrow |G(j\omega)| e^{j(\omega t + \phi)}$$
$$= |G(j\omega)| \cos(\omega t + \phi) + j |G(j\omega)| \sin(\omega t + \phi)$$


周波数: ω

振幅の比: $|G(j\omega)|$ (ゲイン)

位相の差: $\angle G(j\omega)$ (位相)

ボード線図

ゲイン曲線: 周波数に対するゲインの変化

横軸: ω [rad/s] 縦軸: $20 \log_{10} |G(j\omega)|$ [dB]

位相曲線: 周波数に対する位相の変化

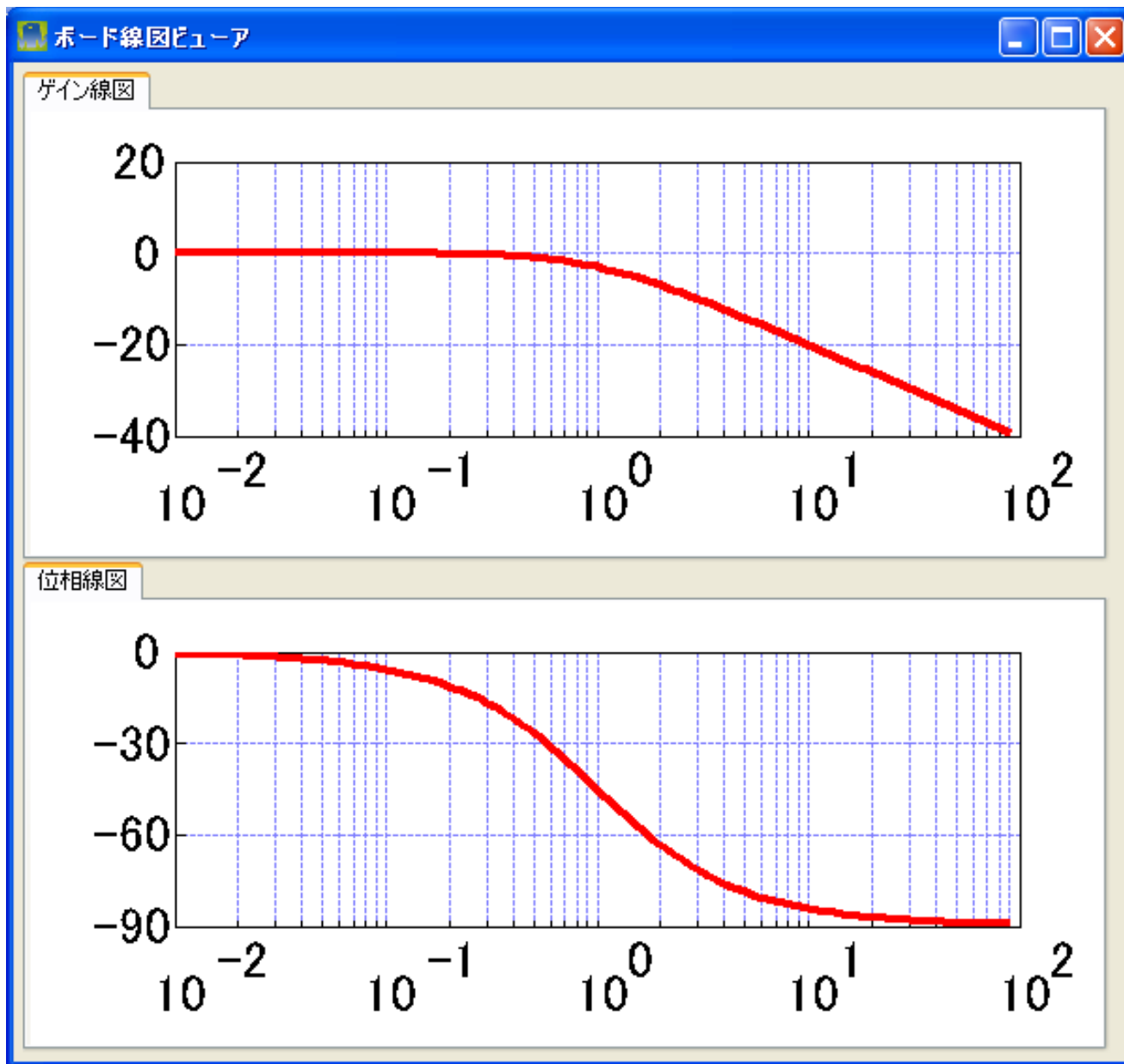
横軸: ω [rad/s] 縦軸: $\angle G(j\omega)$ 度[°]

- 求め方1: 周波数伝達関数 $G(j\omega)$ から計算
- 求め方2: 正弦波応答の計測

周波数伝達関数 $G(j\omega)$ によるボード線図

The screenshot shows the Jamox software interface. The title bar reads "Jamox 0.9.5 (2009.6.4) Copyright (C) 2000-2009, mklab.org". The menu bar includes "ファイル(F)", "編集(E)", "ブロック(B)", "シミュレーション(S)", "線形解析(L)", "ウィンドウ(W)", and "ヘルプ(H)". The toolbar contains icons for file operations and simulation. The main workspace displays a block diagram with an input "in 1", a transfer function block $\frac{1}{s+1}$, and an output "out 1". A context menu is open over the workspace, listing options: "伝達関数(T)", "状態空間表現(数値)(S)", "状態空間表現(数式)(E)", "状態空間表現(キャンセル無し)", "全システムの状態空間表現(数式)(E)", "ボード線図(B)", "ナイキスト線図", "シグマプロット(G)", and "ファイルへ保存". The "ボード線図(B)" option is highlighted with a red oval.

周波数伝達関数 $G(j\omega)$ によるボード線図



正弦波応答計測によるボード線図作成

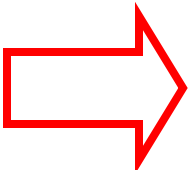
入力: $u(t) = \sin \omega t$

出力: $y(t) \rightarrow |G(j\omega)| \sin(\omega t + \phi(\omega)) \quad (t \rightarrow \infty)$

$$= A(\omega) \sin(\omega(t - T(\omega)))$$

$$\left(A(\omega) := |G(j\omega)| \right) \left(T(\omega) := \frac{-\phi(\omega)}{\omega} \right)$$

振幅倍率 $A(\omega)$ と遅れ時間 $T(\omega)$ を測定

 $|G(j\omega)| = A(\omega) \quad \phi(\omega) = -T(\omega)\omega$

シミュレーションパラメータ(正弦波応答)

シミュレーションパラメータ

シミュレーション時間

開始時間: 0.0 終了時間: 30.0

データを保存する最小時間間隔: 0.0010

ソル
タイプ: org.mklab.nfc.ode.RungeKuttaFehlberg

許容誤差: 1.0E-14

刻み幅の変動可能最小値: 2.220446049250313E-16

刻み幅の変動可能最大値: 0.1

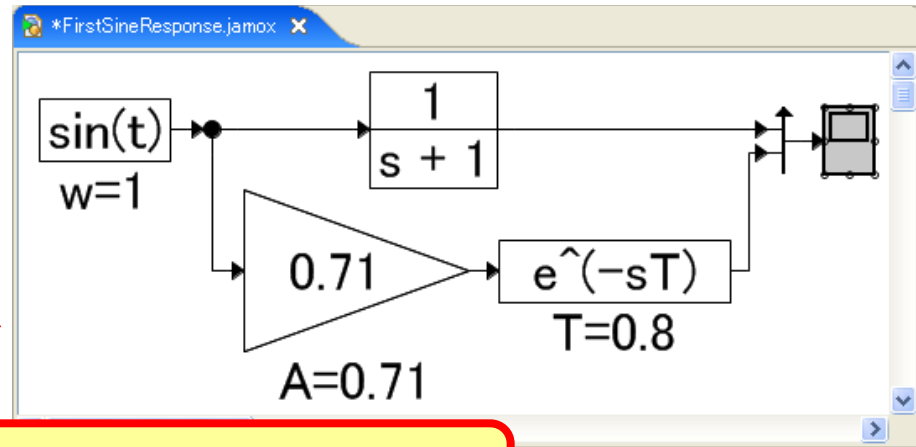
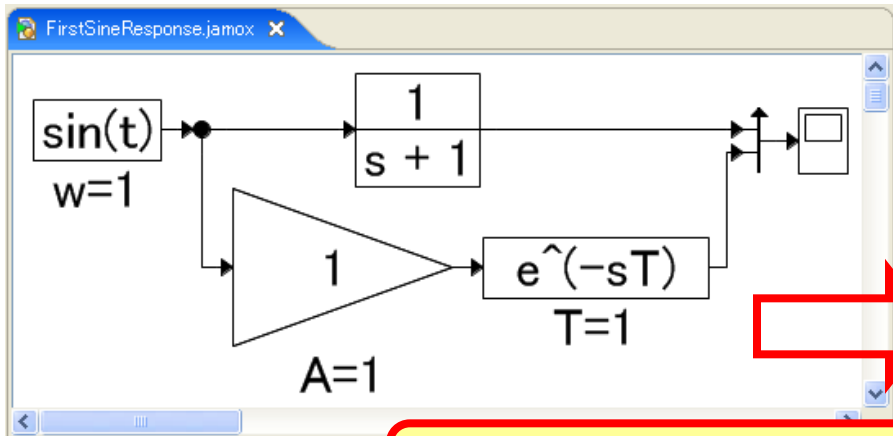
固定刻み幅: 0.04

了解 キャンセル

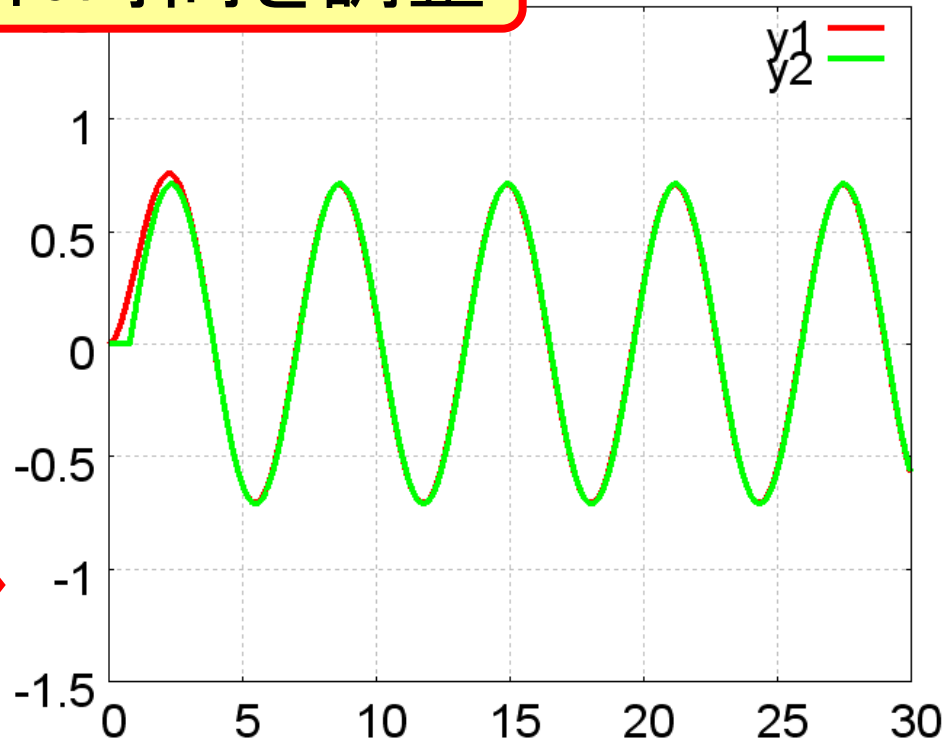
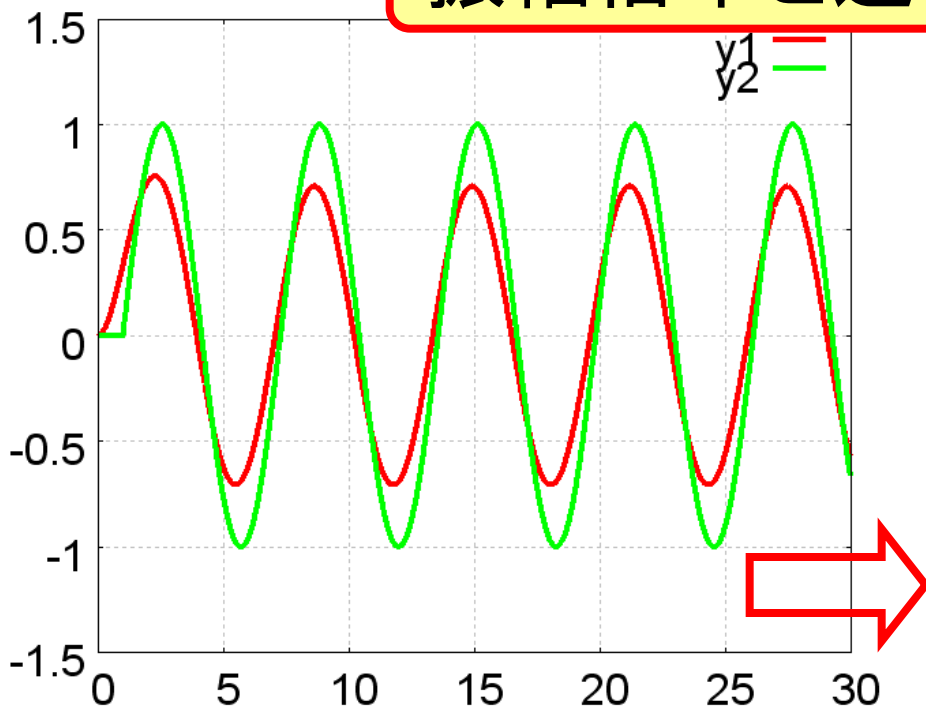
高精度
で計算

定常状態まで計算

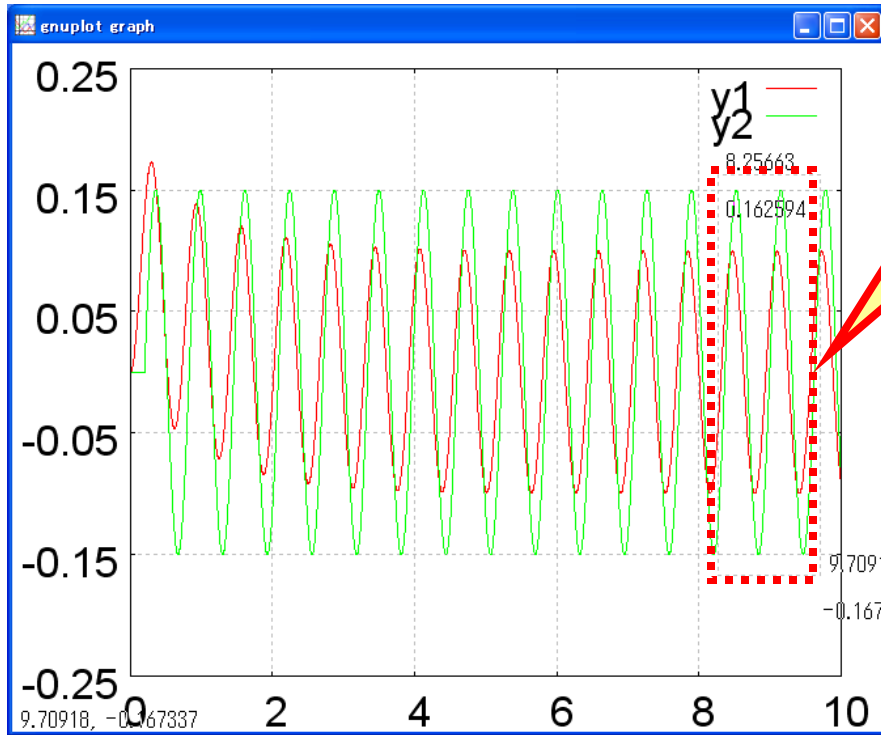
振幅倍率と遅れ時間の決定



振幅倍率と遅れ時間を調整

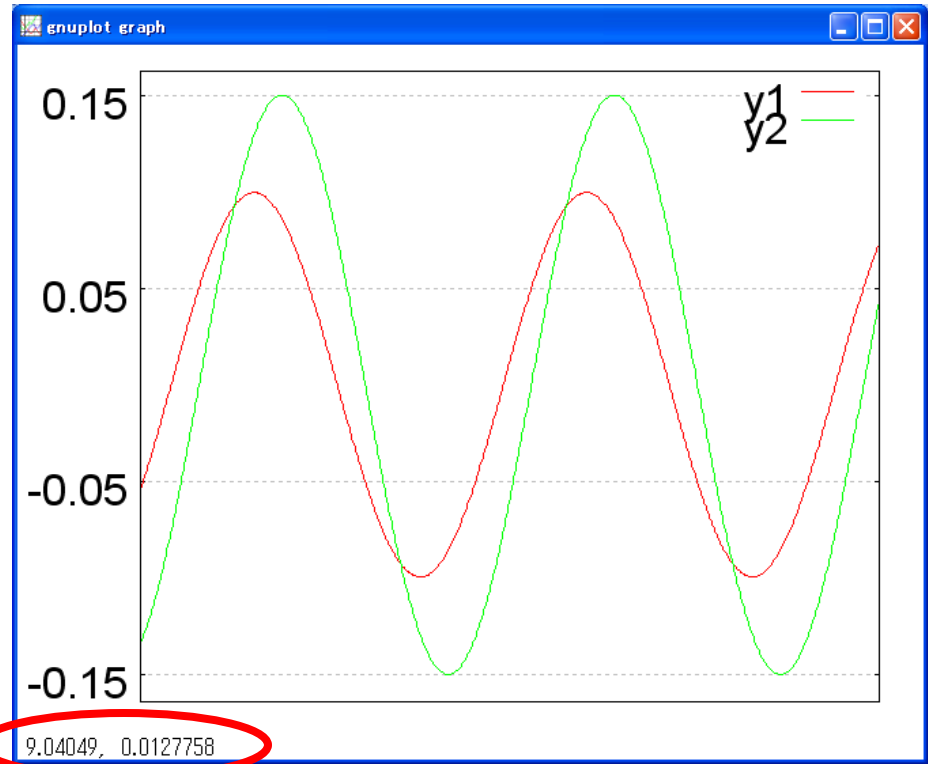


拡大表示(gnuplot)による値の確認



マウス右ボタン
+
ドラッグ

指定領域が拡大



マウス位置の値

振幅倍率と遅れ時間の測定(15~20組)

w(角周波数)	(A)振幅の倍率	(T)遅れ時間
0.1	0.995	1.000
.....	?..???	?..???
1.0		
.....		
10.0		
.....		
100.0		

シミュレーションパラメータ(ボード線図)

シミュレーションパラメータ

データ数 - 1

シミュレーション時間

開始時間: 0.0 終了時間: 14.0

データを保存する最小時間間隔: 1.0

ソルバオプション

タイプ: org.mklab.nfc.ode.ImprovedEuler

許容誤差: 1.0E-6

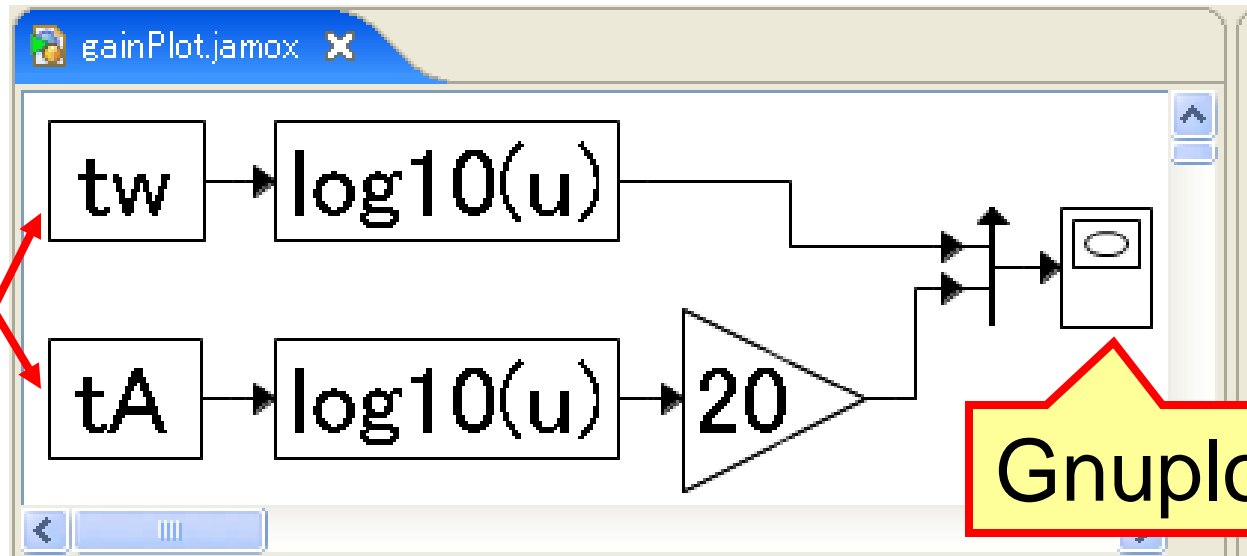
刻み幅の変動可能最小値: 1.0

刻み幅の変動可能最大値: 1.0

固定刻み幅: 1.0

了解 キャンセル

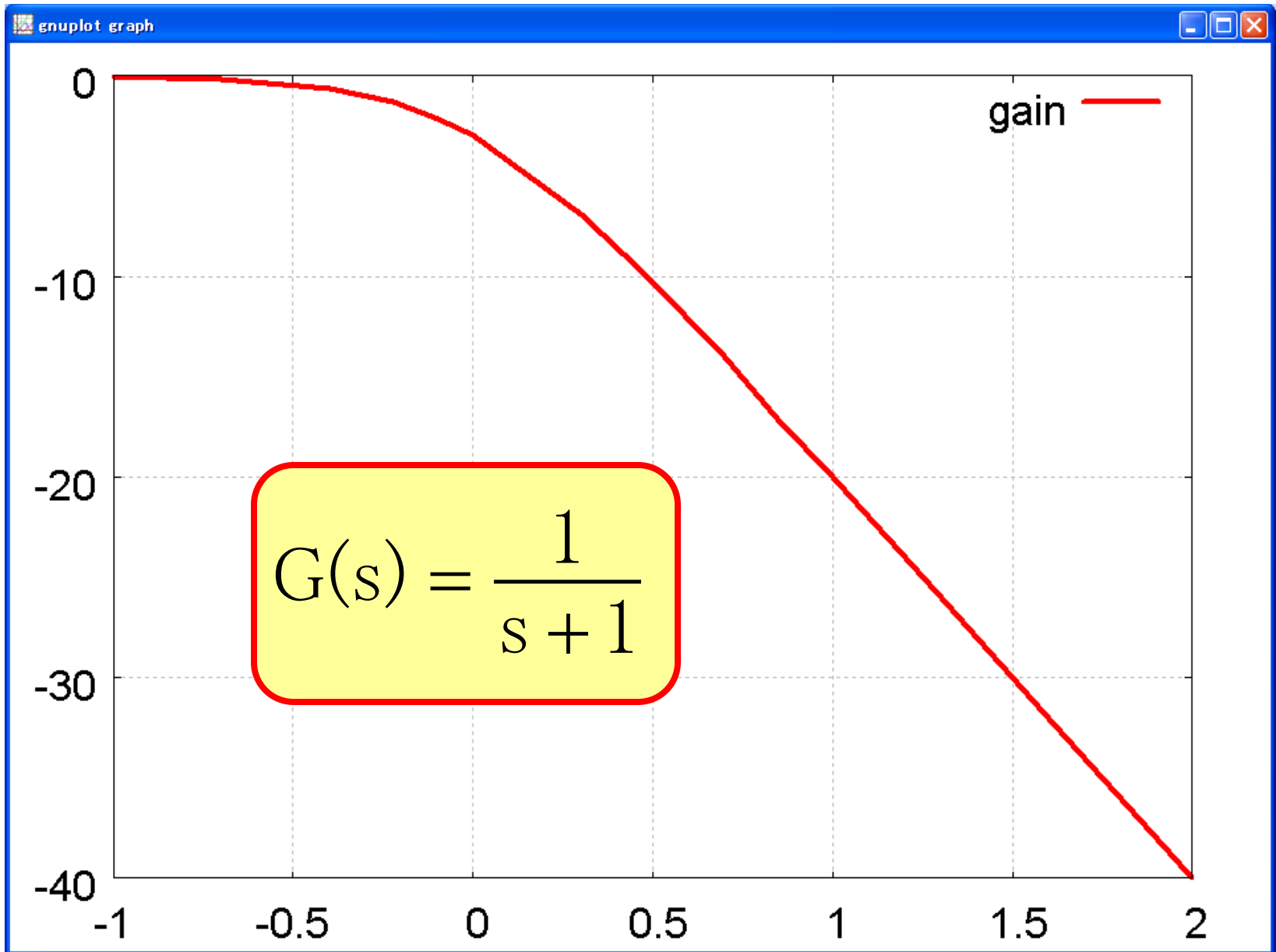
ゲイン線図の描画



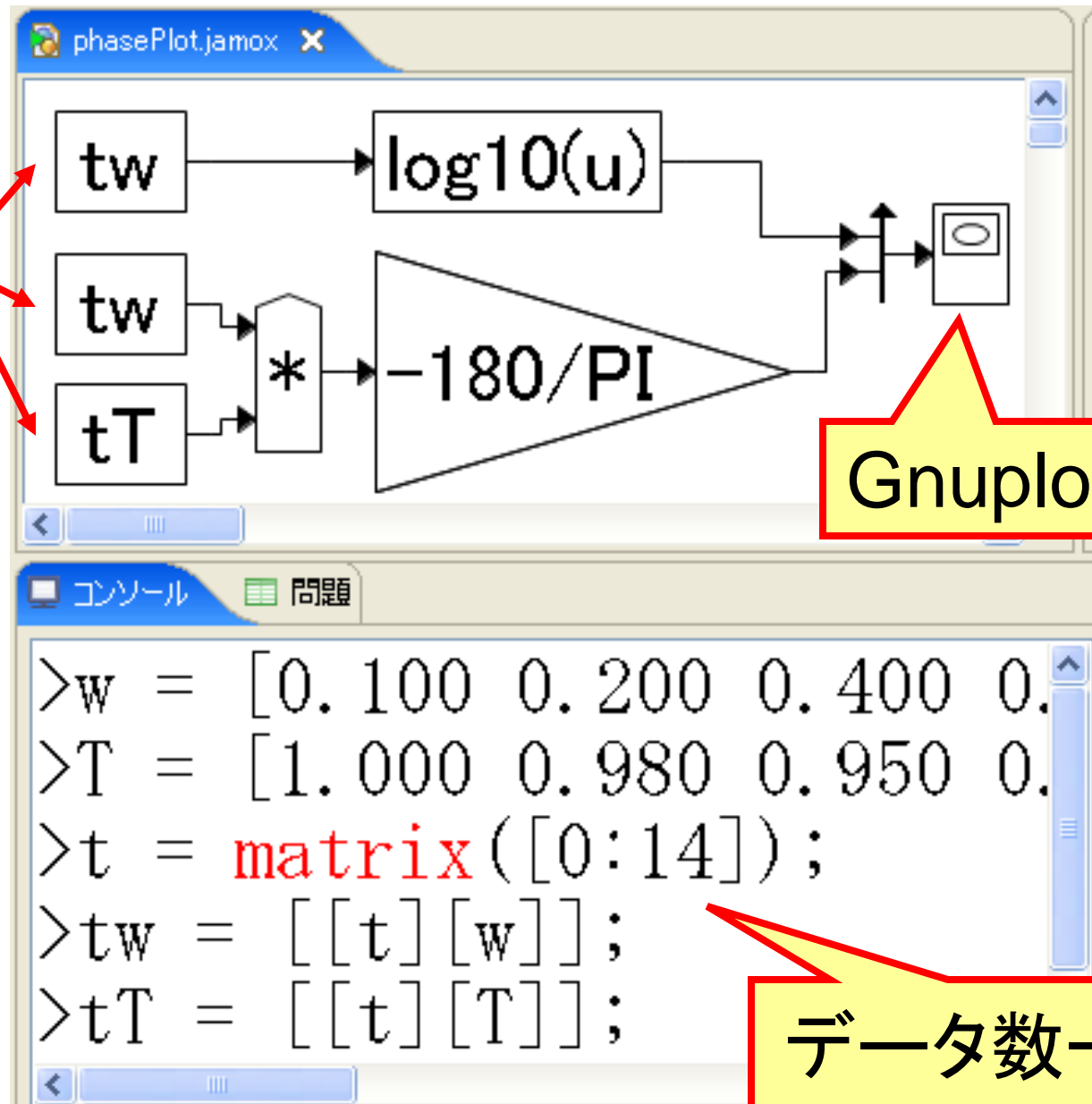
```
コンソール 問題  
>w = [0.100 0.200 0.400 ( ...  
>A = [0.995 0.980 0.930| ( ...  
>t = matrix ([0:14]);  
>tw = [[t] [w]];  
>tA = [[t] [A]];
```

A red box labeled **データ数-1** (Data count - 1) points to the `matrix` function in the code.

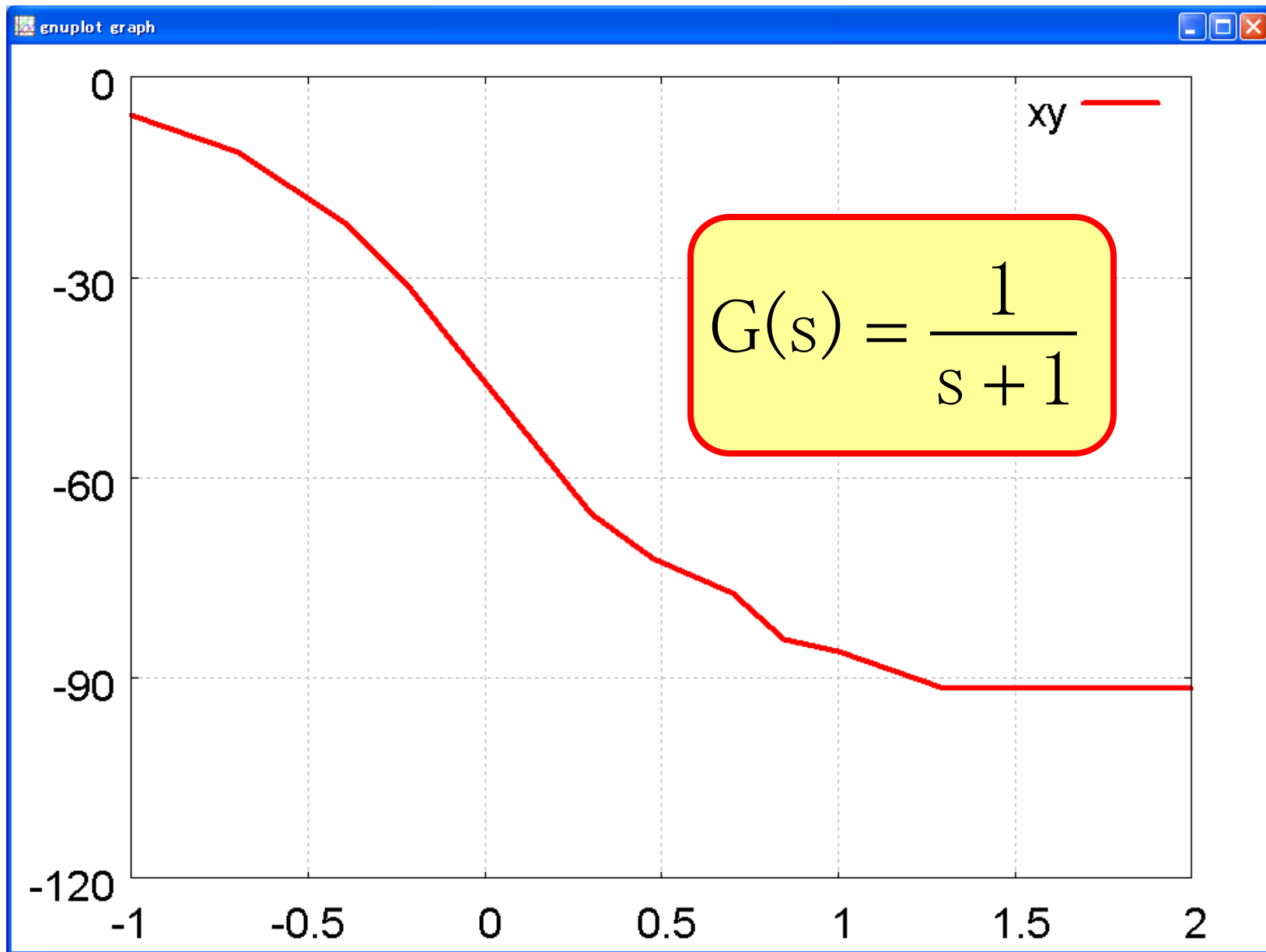
ゲイン線図



位相線図の描画



位相線図



演習1：正弦波応答計測によるボード線図

- 一次系(係数を適当に選べ)

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} \quad (\text{例えば、} K = 1, T = 1)$$

の正弦波応答を計測し、ボード線図を作成せよ。

- ゲイン特性と位相特性が分かるよう、正弦波の角周波数の範囲を適当に設定すること。
- 測定したデータ(15~20組)を示すこと。
- 周波数伝達関数によるボード線図と概形が一致することを確認すること。

演習2: 正弦波応答計測によるボード線図

- 二次系(係数を適当に選べ)

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad \text{例えば、} \quad (K = 1, \omega_n = 1, \zeta = 0.1)$$

の正弦波応答を計測し、ボード線図を作成せよ。

- ゲイン特性と位相特性が分かるよう、正弦波の角周波数の範囲を適当に設定すること。
- 測定したデータ(15~20組)を示すこと。
- 周波数伝達関数によるボード線図と概形が一致することを確認すること。