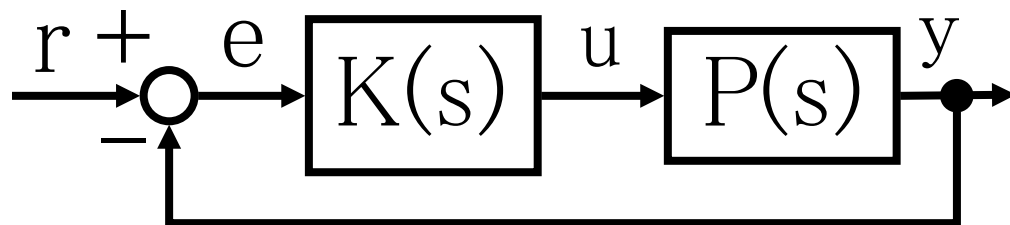


第13回

- ナイキストの安定判別法(簡易版)
- 安定余裕

開ループ系と閉ループ系の関係



開ループ系(極: p_1, \dots, p_n):

$$L(s) = P(s)K(s) = \frac{N_o(s)}{(s - p_1) \cdots (s - p_n)}$$

閉ループ系(極: z_1, \dots, z_n):

$$G_{yr}(s) = \frac{P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)} = \frac{N_o(s)}{(s - z_1) \cdots (s - z_n)}$$

ナイキストの安定判別法

ナイキスト軌跡(L(s)の軌跡)

Z = 「閉ループ系の不安定極の数」

Π = 「開ループ系の不安定極の数」

$N = Z - \Pi$ (-1,0)の点を時計方向に回る数

閉ループ系が安定 \iff 「 $Z = \Pi + N = 0$ 」

\iff 「 $\Pi = -N$ 」

安定条件

「開ループ系の不安定極の数」=

「ナイキスト軌跡が

点(-1,0)を反時計方向に回る数」

ナイキストの安定判別法(簡易版)

ナイキスト軌跡(L(s)の軌跡)

Z = 「閉ループ系の不安定極の数」

Π = 「開ループ系の不安定極の数」

$N = Z - \Pi$ (-1,0)の点を時計方向に回る数

開ループ系が安定のとき $\Rightarrow \Pi = 0$

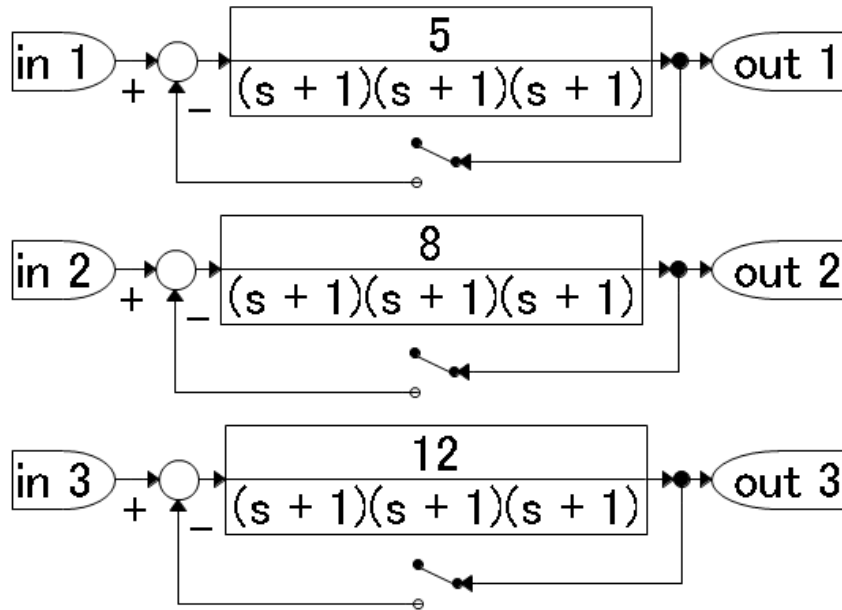
閉ループ系が安定 \Leftrightarrow 「 $Z = N = 0$ 」

「点(-1,0)の点を回らない」

安定条件

「ナイキスト軌跡が点(-1,0)の右側を通る」

ナイキストの安定判別(簡易版)(例)

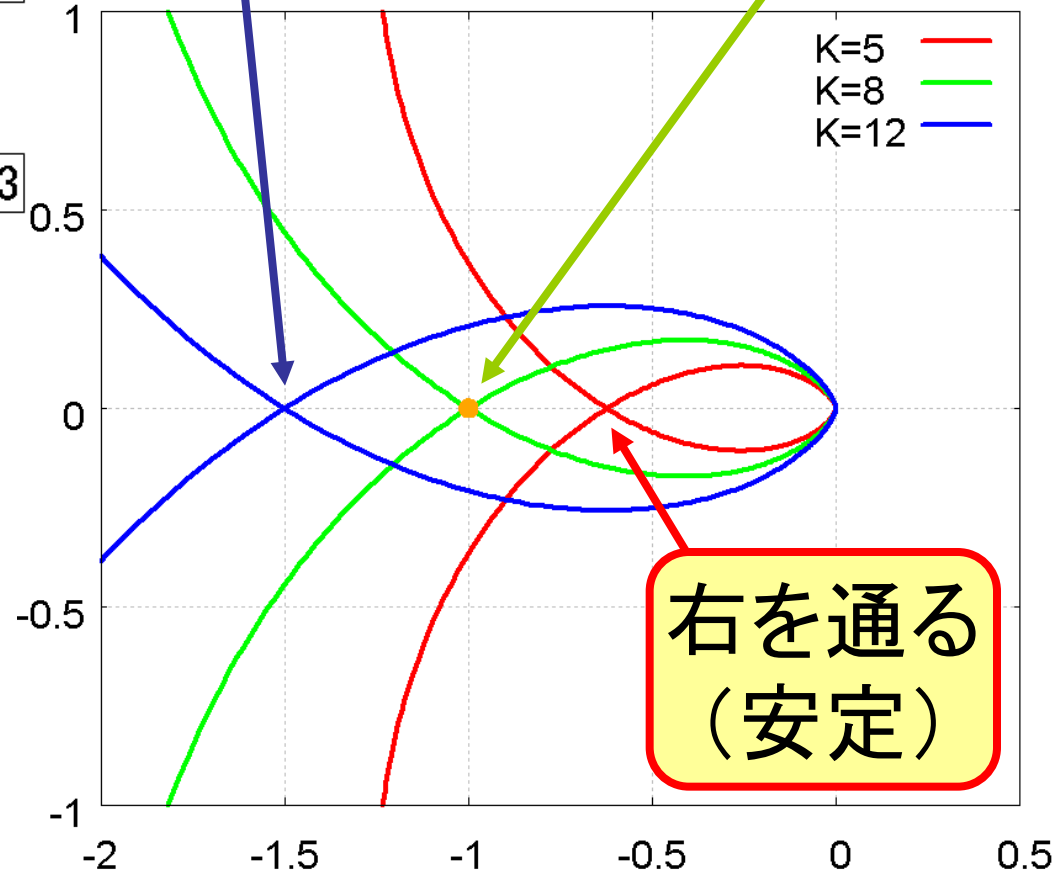


開ループ系の極:

$$\{-1, -1, -1\} \quad \Pi = 0$$

左を通る
(不安定)

点上を通る
(安定限界)

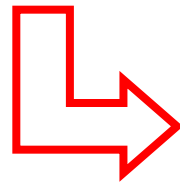


右を通る
(安定)

安定余裕

「ナイキスト軌跡が点(-1,0)の右側を通る」

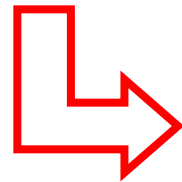
「開ループ系($L(s)=P(s)K(s)$)が安定」



「閉ループ系は安定」

「ナイキスト軌跡が点(-1,0)の右側を離れて通る」

「開ループ系($L(s)=P(s)K(s)$)が変化しても」



「閉ループ系は安定」

「安定余裕がある」

交差周波数と安定余裕

位相交差周波数

$$\angle L(j\omega_{pc}) = -180^\circ$$

ゲイン余裕[dB]:

$$GM =$$

$$-20 \log_{10} |L(j\omega_{pc})|$$

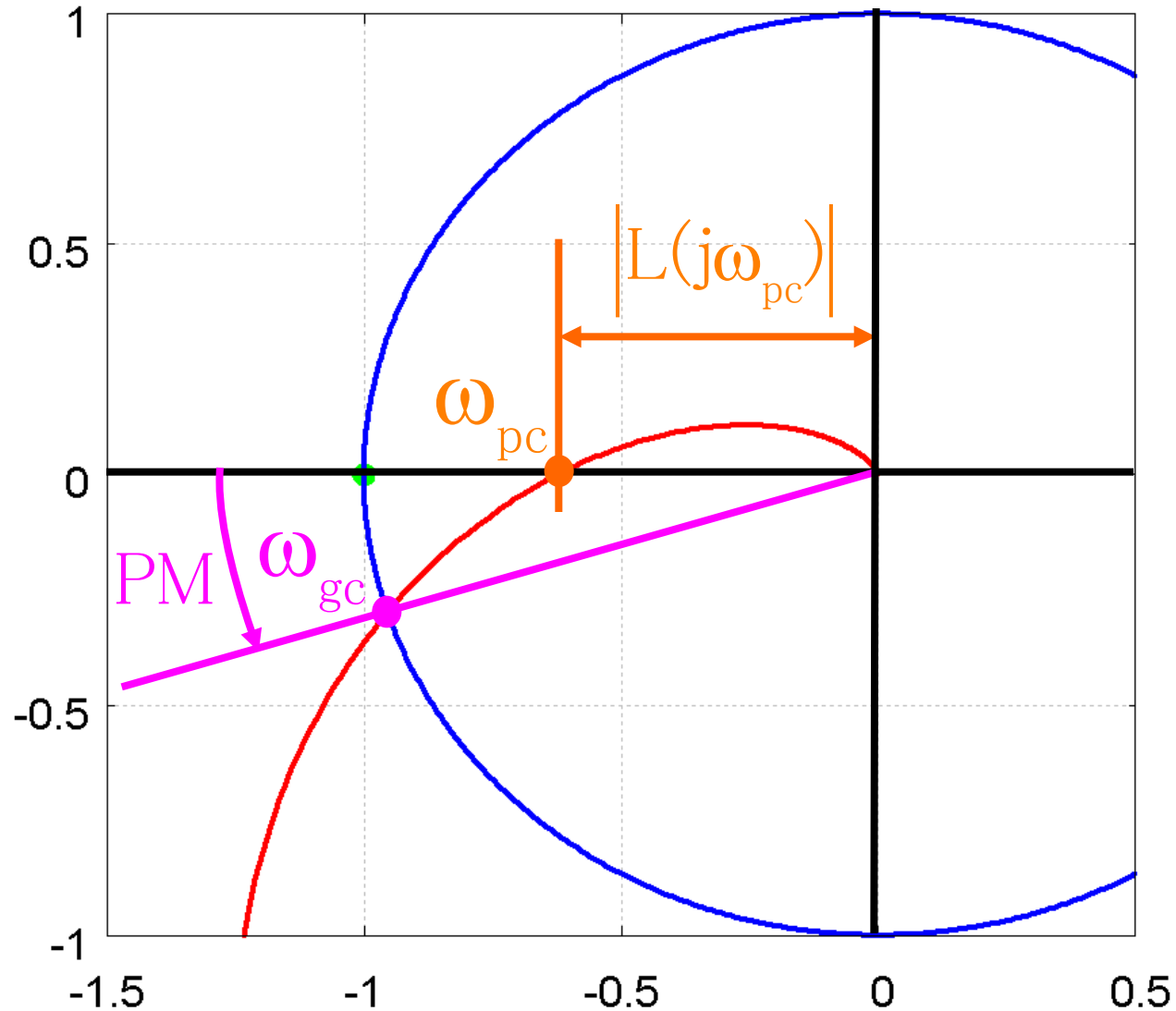
ゲイン交差周波数

$$|L(j\omega_{gc})| = 1$$

位相余裕[°]:

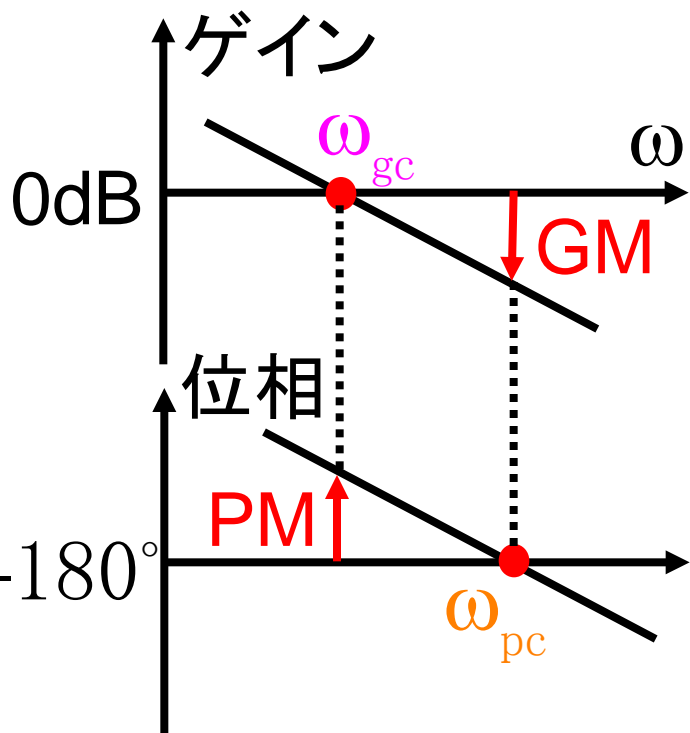
$$PM =$$

$$180^\circ + \angle L(j\omega_{gc})$$

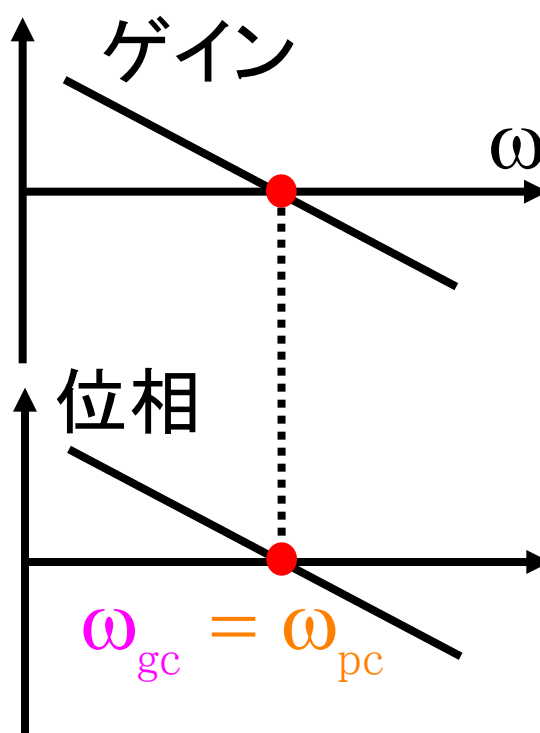


ボード線図と安定余裕

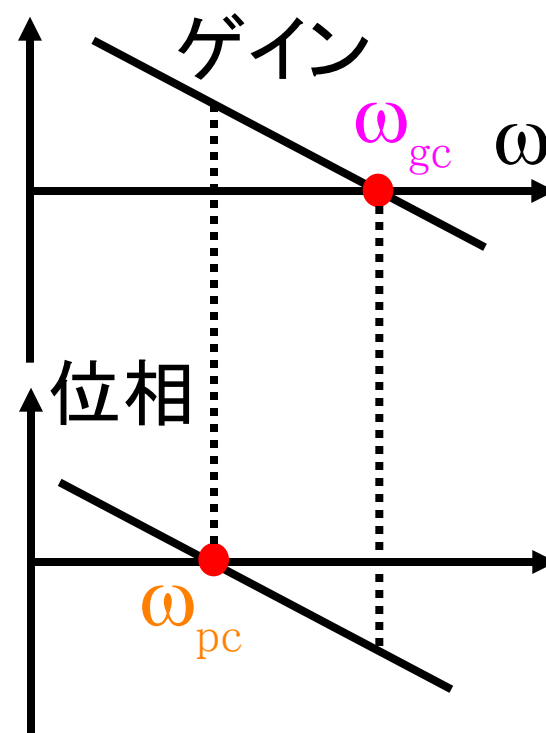
ω	ボード線図	安定余裕
ω_{gc}	ゲイン = 0[dB]	位相余裕 = $180^\circ + \angle L(j\omega_{gc})$
ω_{pc}	位相 = -180°	ゲイン余裕 = $-20 \log_{10} L(j\omega_{pc}) $



(安定)

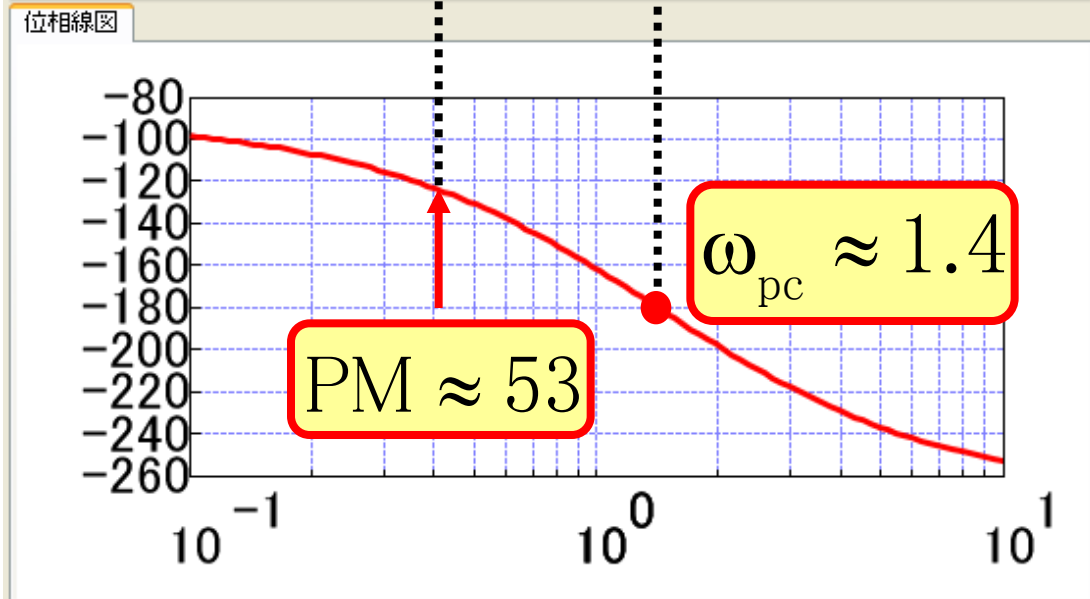
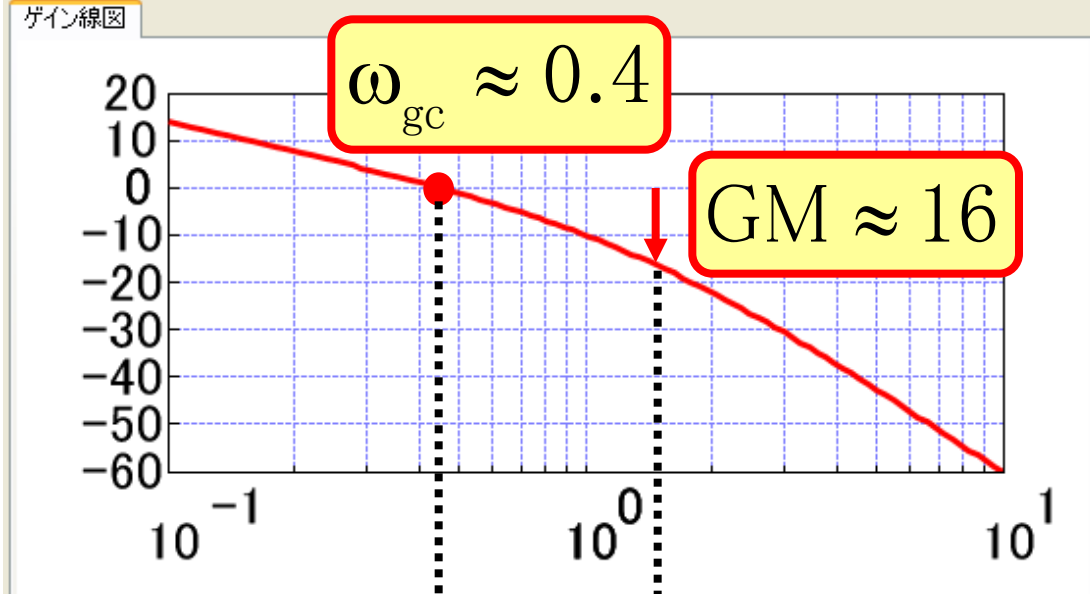
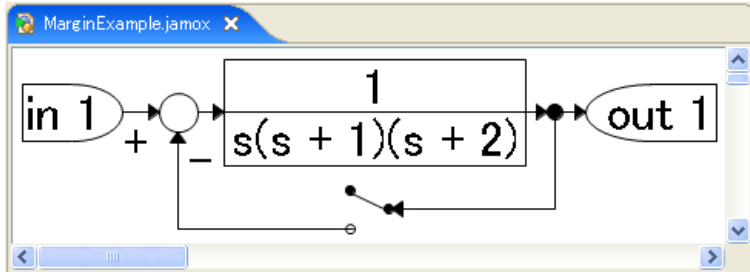


(安定限界)



(不安定)

交差周波数と安定余裕(例)



演習：交差周波数と安定余裕

1. 開ループ系が以下のように与えられるとき、
 $K=2$ 、 $K=8$ 、 $K=20$ の場合について、位相交差周波数 ω_{pc} 、ゲイン交差周波数 ω_{gc} 、およびゲイン余裕GM、位相余裕PMの近似値を求めよ。

$$L(s) = \frac{K}{(s+1)^3}$$

2. 開ループ系が以下のように与えられるとき、
位相余裕が $PM = 20^\circ$ となるようにゲインKを求めよ。

$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$